



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE CIÊNCIAS INTEGRADAS DO PONTAL
CURSO DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

FICHA DE DISCIPLINA

DISCIPLINA: Introdução ao Cálculo Estocástico

CÓDIGO:

UNIDADE ACADÊMICA: FACIP

PERÍODO/SÉRIE:

CH TOTAL
TEÓRICA: 60

CH TOTAL
PRÁTICA: 00

CH TOTAL: 60

OBRIGATÓRIA: ()

OPTATIVA: (X)

PRÉ-REQUISITOS: Probabilidade e Estatística

CÓ-REQUISITOS:

OBJETIVOS

Introduzir os conceitos e resultados canônicos do Cálculo Estocástico em especial, processos estocásticos, movimento Browniano e equações diferenciais estocásticas. Abordar algumas das aplicações de ferramentas do Cálculo Estocástico para a modelagem de problemas em Biologia, Física e Finanças. Apresentar alguns elementos da Teoria de Caminhos Rugosos e suas relações com as equações diferenciais estocásticas.

EMENTA

Variáveis Aleatórias. Processos Estocásticos. Integrações Estocásticas. Equações Diferenciais Estocásticas. Modelagem com Ferramentas do Cálculo Estocástico. Caminhos Rugosos.

DESCRIÇÃO DO PROGRAMA

1. VARIÁVEIS ALETÓRIAS

- 1.1. Espaços de medida e probabilidade.
- 1.2. Variáveis aleatórias.
- 1.3. Esperança de uma variável aleatória.
- 1.4. Os espaços L^p .

- 1.5. Esperança condicional.
- 1.6. Independência.
- 1.7. Convergência de variáveis aleatórias.
- 1.8. Variáveis aleatórias gaussianas.

2. PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

- 2.1. Processos estocásticos discretos.
- 2.2. Processos estocásticos contínuos.
- 2.3. Filtração e tempo de parada.
- 2.4. Processos de Markov.
- 2.5. Movimento Browniano.
- 2.6. Martingales.

3. INTEGRAÇÕES ESTOCÁSTICAS

- 3.1. Integrais no sentido de Itô.
- 3.2. Fórmula de Itô.
- 3.3. Caracterização de Levy.
- 3.4. Integrais no sentido de Stratonovich.

4. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ESTOCÁSTICAS

- 4.1. Equações diferenciais estocásticas (E.D.E.): introdução
- 4.2. Existência e unicidade de soluções de E.D.E.
- 4.3. Propriedades das soluções de E.D.E.
- 4.4. Fluxos estocásticos.

5. MODELAGEM COM FERRAMENTAS DO CÁLCULO ESTOCÁSTICO

- 5.1. Alguns modelos estocásticos utilizados em Biologia.
- 5.2. Alguns modelos estocásticos utilizados em Física.
- 5.3. Alguns modelos estocásticos utilizados em Finanças.

6. CAMINHOS RUGOSOS

- 6.1. Caminhos de p-variação finita.
- 6.2. Aproximações de caminhos de p-variação finita.
- 6.3. Integrais no sentido de Young.
- 6.4. Assinatura de caminhos.
- 6.5. Espaço dos caminhos rugosos.
- 6.6. Equações dirigidas por caminhos rugosos.
- 6.7. Teorema do suporte Stroock-Varadhan.

BIBLIOGRAFIA

Bibliografia Básica:

- [1] ALLEN, E., *Modeling with Itô Stochastic Differential Equations*. Springer, 2007.
- [2] LYONS, T. J., CARUANA, M. & LÉVY, T., *Differential Equations Driven by Rough Paths: Ecole d'Été de Probabilités de Saint-Flour – XXXIV-2004*. 1ª Edição. Springer, 2007.
- [3] OKSENDAL, B., *Stochastic Differential Equations – An Introduction with Applications*. 4ª Edição. Springer-Verlag, 1995.
- [4] RUFFINO, P. R. C., *Uma Iniciação aos Sistemas Dinâmicos Estocásticos*. Rio de Janeiro: 27º

Colóquio Brasileiro de Matemática, 2009.

Bibliografia Complementar:

- [5] BAUDOUIN, F., *An Introduction to the Geometry of Stochastic Flows*. Imperial College Press, 2004.
- [6] EMERY, M., *Stochastic Calculus in Manifolds*. Springer-Verlag, 1989.
- [7] FRIZ, P. K., & VICTOIR, N. B., *Multidimensional Stochastic Processes as Rough Paths*. Cambridge University Press, 2010.
- [8] KARATZAS, I., & SHEREV, S. E., *Brownian Motion and Stochastic Calculus*. New York: Springer-Verlag, 1998.
- [9] KUNITA, H., & MARQUES, M. S. F., *Stochastic Flows and Stochastic Diferencial Equations*. Cambridge University Press, 1990.
- [10] LIMA, E. L., *Curso de Análise - Volume 2*. 8ª Edição. Rio de Janeiro: SBM - Projeto Euclides, 2005.
- [11] LYONS, T. J., & QUIAN, Z., *System Control and Rough Paths*. Oxford Mathematical Monographs, Clarendon Press, Oxford, 2002.

APROVAÇÃO

____/____/____

Carimbo e assinatura do Coordenador

____/____/____

Carimbo e assinatura do Diretor da
FACIP