



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE CIÊNCIAS INTEGRADAS DO PONTAL  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA**

**FICHA DE DISCIPLINA**

**DISCIPLINA:** Introdução ao Cálculo Estocástico

<b>CÓDIGO:</b>	<b>UNIDADE ACADÊMICA:</b> FACIP		
<b>PERÍODO/SÉRIE:</b>	<b>CH TOTAL</b> <b>TEÓRICA:</b> 60	<b>CH TOTAL</b> <b>PRÁTICA:</b> 00	<b>CH TOTAL:</b> 60
<b>OBRIGATÓRIA:</b> ( )	<b>OPTATIVA:</b> ( X )		
<b>PRÉ-REQUISITOS:</b> Probabilidade e Estatística	<b>CÓ-REQUISITOS:</b>		

**OBJETIVOS**

Introduzir os conceitos e resultados canônicos do Cálculo Estocástico em especial, processos estocásticos, movimento Browniano e equações diferenciais estocásticas. Abordar algumas das aplicações de ferramentas do Cálculo Estocástico para a modelagem de problemas em Biologia, Física e Finanças. Apresentar alguns elementos da Teoria de Caminhos Rugosos e suas relações com as equações diferenciais estocásticas.

**EMENTA**

Variáveis Aleatórias. Processos Estocásticos. Integrações Estocásticas. Equações Diferenciais Estocásticas. Modelagem com Ferramentas do Cálculo Estocástico. Caminhos Rugosos.

**Descrição do Programa**

**1. VARIÁVEIS ALETÓRIAS**

- 1.1. Espaços de medida e probabilidade.
- 1.2. Variáveis aleatórias.
- 1.3. Esperança de uma variável aleatória.
- 1.4. Os espaços  $L^p$ .

	<ul style="list-style-type: none"> <li>1.5. Esperança condicional.</li> <li>1.6. Independência.</li> <li>1.7. Convergência de variáveis aleatórias.</li> <li>1.8. Variáveis aleatórias gaussianas.</li> </ul>
<b>2. PROCESSOS ESTOCÁSTICOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>2.1. Processos estocásticos discretos.</li> <li>2.2. Processos estocásticos contínuos.</li> <li>2.3. Filtração e tempo de parada.</li> <li>2.4. Processos de Markov.</li> <li>2.5. Movimento Browniano.</li> <li>2.6. Martingales.</li> </ul>
<b>3. INTEGRAÇÕES ESTOCÁSTICAS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>3.1. Integrais no sentido de Itô.</li> <li>3.2. Fórmula de Itô.</li> <li>3.3. Caracterização de Levy.</li> <li>3.4. Integrais no sentido de Stratonovich.</li> </ul>
<b>4. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ESTOCÁSTICAS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>4.1. Equações diferenciais estocásticas (E.D.E.): introdução</li> <li>4.2. Existência e unicidade de soluções de E.D.E.</li> <li>4.3. Propriedades das soluções de E.D.E.</li> <li>4.4. Fluxos estocásticos.</li> </ul>
<b>5. MODELAGEM COM FERRAMENTAS DO CÁLCULO ESTOCÁSTICO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>5.1. Alguns modelos estocásticos utilizados em Biologia.</li> <li>5.2. Alguns modelos estocásticos utilizados em Física.</li> <li>5.3. Alguns modelos estocásticos utilizados em Finanças.</li> </ul>
<b>6. CAMINHOS RUGOSOS</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>6.1. Caminhos de p-variação finita.</li> <li>6.2. Aproximações de caminhos de p-variação finita.</li> <li>6.3. Integrais no sentido de Young.</li> <li>6.4. Assinatura de caminhos.</li> <li>6.5. Espaço dos caminhos rugosos.</li> <li>6.6. Equações dirigidas por caminhos rugosos.</li> <li>6.7. Teorema do suporte Stroock-Varadhan.</li> </ul>

## BIBLIOGRAFIA

### Bibliografia Básica:

- [1] ALLEN, E., *Modeling with Itô Stochastic Differential Equations*. Springer, 2007.
- [2] LYONS, T. J., CARUANA, M. & LÉVY, T., *Differential Equations Driven by Rough Paths: Ecole d'Eté de Probabilités de Saint-Flour – XXXIV-2004*. 1ª Edição. Springer, 2007.
- [3] OKSENDAL, B., *Stochastic Differential Equations – An Introduction with Applications*. 4ª Edição. Springer-Verlag, 1995.
- [4] RUFFINO, P. R. C., *Uma Iniciação aos Sistemas Dinâmicos Estocásticos*. Rio de Janeiro: 27º

Colóquio Brasileiro de Matemática, 2009.

**Bibliografia Complementar:**

- [5] BAUDOIN, F., *An Introduction to the Geometry of Stochastic Flows*. Imperial College Press, 2004.
- [6] EMERY, M., *Stochastic Calculus in Manifolds*. Springer-Verlag, 1989.
- [7] FRIZ, P. K., & VICTOR, N. B., *Multidimensional Stochastic Processes as Rough Paths*. Cambridge University Press, 2010.
- [8] KARATZAS, I., & SHREVE, S. E., *Brownian Motion and Stochastic Calculus*. New York: Springer-Verlag, 1998.
- [9] KUNITA, H., & MARQUES, M. S. F., *Stochastic Flows and Stochastic Diferencial Equations*. Cambridge University Press, 1990.
- [10] LIMA, E. L., *Curso de Análise - Volume 2*. 8<sup>a</sup> Edição. Rio de Janeiro: SBM - Projeto Euclides, 2005.
- [11] LYONS, T. J., & QUIAN, Z., *System Control and Rough Paths*. Oxford Mathematical Monographs, Clarendon Press, Oxford, 2002.

**APROVAÇÃO**

\_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

\_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

Carimbo e assinatura do Coordenador

\_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

Carimbo e assinatura do Diretor da  
FACIP