



PLANO DE ENSINO

1. IDENTIFICAÇÃO

Componente Curricular:	Topologia					
Unidade Ofertante:	ICENP					
Código:	ICENP 39060	Período/Série:	6º período	Turma:	MI	
Carga Horária:			Natureza:			
Teórica:	75	Prática:	15	Total:	90	Obrigatória: ()
Professor(a):	Marcelo Gonçalves Oliveira Vieira			Ano/Semestre:	2022/02	
Observações:	Pré-requisito: Análise I					

2. EMENTA

Espaços Métricos. Espaços Topológicos. Continuidade. Sequências. Espaços Métricos Completos. Compacidade. Conexidade. Homotopia.

3. JUSTIFICATIVA

Os conteúdos a serem trabalhados nesta disciplina se justificam, pois o estudo deles dá ao aluno a capacidade de identificar características de limitação, compacidade e conexidade em conjuntos munidos com uma métrica e de modo mais geral, em conjuntos munidos com uma topologia. A identificação destas características permite comparar se dois conjuntos munidos com topologias são homeomorfos ou não são homeomorfos. A grande vantagem de se trabalhar com dois conjuntos homeomorfos é a possibilidade de se poder transferir a resolução de problemas analíticos do conjunto mais “complexo” (geometricamente ou algebricamente) para o conjunto mais “simples” do par de conjuntos homeomorfos e uma vez resolvido o problema no conjunto mais simples retornar ao conjunto mais “complexo” com uma solução. Além disso, o estudo dos teoremas da Topologia com rigor matemático, bem como o estudo de suas demonstrações favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo dos alunos.

4. OBJETIVO

Objetivo Geral:

Introduzir a linguagem básica de topologia e espaços topológicos, com ênfase no caso particular em que um espaço topológico tem estrutura de espaço métrico. Contextualizar o conceito de continuidade no âmbito dos espaços métricos e topológicos. Identificar e relacionar alguns invariantes topológicos.

Objetivos Específicos:

Apresentar as definições, proposições, principais teoremas e exercícios relativos a espaços métricos, espaços topológicos e aos principais invariantes topológicos

como, por exemplo, compacidade, conexidade e grupo fundamental.

5. PROGRAMA

1. ESPAÇOS MÉTRICOS

- 1.1. Espaços métricos.
- 1.2. Bolas abertas e fechadas, conjuntos limitados, distâncias.
- 1.3. Isometrias.
- 1.4. Espaços normados.
- 1.5. Espaços com produto interno.

2. ESPAÇOS TOPOLÓGICOS

- 2.1. Espaços topológicos.
- 2.2. Abertos e fechados associados a uma topologia.
- 2.3. Aderência e interior de um conjunto.
- 2.4. Sistemas de vizinhanças e base para uma topologia.
- 2.5. Subespaços topológicos.
- 2.6. Espaços de Hausdorff.

3. CONTINUIDADE

- 3.1. Aplicações contínuas.
- 3.2. Homeomorfismos.
- 3.3. Mergulhos, aplicações abertas e aplicações fechadas.
- 3.4. Métricas e normas equivalentes.
- 3.5. Topologia produto.
- 3.6. Topologia quociente.

4. SEQUÊNCIAS

- 4.1. Sequências em espaços topológicos.
- 4.2. Sequências em espaços métricos.
- 4.3. Séries em espaços normados.
- 4.4. Caracterização de aderência e interior de um conjunto via sequências.
- 4.5. Sequências de funções.
- 4.6. Limites de funções.

5. ESPAÇOS MÉTRICOS COMPLETOS

- 5.1. Continuidade uniforme.
- 5.2. Caracterização de continuidade e de continuidade uniforme via seqüências.
- 5.3. Sequências de Cauchy e espaços completos.
- 5.4. Método das Aproximações Sucessivas.

6. COMPACIDADE

- 6.1. Espaços métricos compactos.
- 6.2. Espaços topológicos compactos.
- 6.3. A compacidade como invariante topológico.
- 6.4. Relação entre compacidade e continuidade uniforme.
- 6.5. A condição de Heine-Borel.

7. CONEXIDADE

- 7.1. Conjuntos conexos e propriedades básicas.
- 7.2. Conexidade por caminhos.
- 7.3. Componentes conexas.
- 7.4. A conexidade como invariante topológico.

8. HOMOTOPIA

- 8.1. Aplicações homotópicas.
- 8.2. Espaços contráteis.
- 8.3. Espaços homotopicamente equivalentes.
- 8.4. Homotopia entre caminhos.
- 8.5. Grupo Fundamental.

6. METODOLOGIA

A metodologia adotada nesta disciplina é baseada em aulas presenciais expositivas com demonstrações das proposições, apresentação de exemplos e resolução de alguns exercícios relativos a cada um dos temas abordados. Serão utilizados recursos de quadro e giz e projetor (data show) durante as aulas.

Devido ao fato do calendário acadêmico da UFU para o semestre letivo 2022-02 oferecer menos de 18 semanas letivas, então serão realizadas aulas complementares (trabalho discente efetivo - TDE) em formato remoto assíncrono (via plataforma Microsoft Teams da UFU) para cumprimento das 18 semanas letivas exigidas pela UFU.

7. AVALIAÇÃO

A avaliação será feita por intermédio de **três (03) provas** e **um (01) trabalho** disponibilizados pelo docente.

Posteriormente a data de realização destas avaliações, em conformidade com o Art. 141 da Resolução CONGRAD nº 46 de 28 de março de 2022, **será oferecido um (01) exame de recuperação** ao estudante que não obtiver o rendimento mínimo para aprovação (ou seja, não tenha acumulado o mínimo pelo 60 pontos no somatório de notas das avaliações regulares supracitadas) e possua frequência mínima de 75% na disciplina.

Na primeira prova (**P1**) serão distribuídos 30 pontos, na segunda prova (**P2**) serão distribuídos 30 pontos, na terceira prova (**P3**) serão distribuídos 30 pontos e no trabalho (**TR**) serão distribuídos 10 pontos.

O termo "**NP**" indica a nota preliminar total obtida nas avaliações supracitadas, isto é,

$$\mathbf{NP = NP1 + NP2 + NP3 + NTR}$$

onde, "**NP1**" indica a nota obtida na primeira prova, "**NP2**" indica a nota obtida na segunda prova, "**NP3**" indica nota obtida terceira prova e "**NTR**" indica a nota obtida no trabalho.

No exame de recuperação (**ER**) serão distribuídos 100 pontos e o termo "**NE**" indica a nota obtida no exame de recuperação.

O termo "**NF**" indica a nota final obtida pelo aluno e esta nota é computada segundo a seguinte regra:

$$\mathbf{NF = \text{máximo} \{NP, \text{mínimo}\{NE, 60\}\}}$$

Será aprovado o aluno com nota final **NF** maior ou igual a 60 pontos e que não tenha excedido o número máximo de faltas permitidas na disciplina segundo a normas de graduação da UFU.

O aluno que tenha excedido o número máximo de faltas permitidas na disciplina, segundo a normas de graduação da UFU, será reprovado por faltas.

As provas e o exame de recuperação serão avaliações escritas realizadas

individualmente em sala de aula no horário da aula. Nos dias de prova não será permitida a entrada na sala de aula após meia hora do início da prova e saída da sala de aula antes de 35 minutos do início da prova. O conteúdo a ser cobrado no exame recuperação será baseado em todo o conteúdo da disciplina abordado durante o decorrer do semestre.

CRONOGRAMA DAS AVALIAÇÕES:

As datas de aplicações das avaliações previstas neste plano serão apresentadas e definidas com os discentes na primeira semana de aula da disciplina. As datas das avaliações podem ser modificadas e as eventuais alterações serão comunicadas com antecedência aos alunos.

8. BIBLIOGRAFIA

Básica

- [1] HONIG, C. S. **Aplicações da topologia à análise**. 2. ed. São Paulo: IME, Liv. da Física, 2011.
- [2] KUHLKAMP, N. **Introdução à topologia geral**. 2. ed. Florianópolis: Ed. UFSC, 2002.
- [3] LIMA, E. L. **Espaços métricos**. 4. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2007.
- [4] _____. **Grupo fundamental e espaços de recobrimento**. 3. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2006.

Complementar

- [5] D'AMBRÓSIO, U. **Métodos da topologia: introdução e aplicações**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1977.
- [6] DOMINGUES, H. H. **Espaços métricos e introdução à topologia**. São Paulo: Atual, 1982.
- [7] LIMA, E. L. **Elementos de topologia geral**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1976.
- [8] LIPSCHUTZ, S. **Topologia geral**. São Paulo: McGraw-Hill, 1973.
- [9] PITOMBEIRA, J. B. **Topologia algébrica**. Rio de Janeiro: IMPA, 1971.

9. APROVAÇÃO

Aprovado em reunião do Colegiado realizada em: ____/____/____.

Coordenação do Curso de Graduação: Matemática