



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
 Instituto de Ciências Exatas e Naturais do Pontal  
 Rua Vinte, 1600 - Bairro Tupã, Ituiutaba-MG, CEP 38304-402  
 Telefone: (34)3271-5248 -



## PLANO DE ENSINO

### 1. IDENTIFICAÇÃO

Componente Curricular:	Cálculo Diferencial e Integral III					
Unidade Ofertante:	ICENP					
Código:	ICENP 32401	Período/Série:	4º	Turma:	MN/MI	
Carga Horária:			Natureza:			
Teórica:	60	Prática:	00	Total:	60	Obrigatória: ( x )
Professor(A):	Edward Luís de Araújo			Ano/Semestre:	2022/02	
Observações:						

### 2. EMENTA

Integrais duplas. Integrais triplas. Funções de várias variáveis reais a valores vetoriais. Integrais de linha. Teorema de Green. Área e integral de superfície. Fluxo de um campo vetorial. Teorema da Divergência ou de Gauss. Teorema de Stokes no espaço.

### 3. JUSTIFICATIVA

Os conceitos e aplicações vistos na disciplina são ferramentas básicas para aplicação em outras disciplinas do curso como Física e Estatística e também para aplicações na futura área de atuação do aluno. Com o conceito de integrais duplas, por exemplo, o aluno será capaz de calcular momento de inércia, centro de massa, probabilidade de uma variável aleatória, etc.

### 4. OBJETIVO

#### Objetivo Geral:

Familiarizar o aluno com a linguagem, conceitos e ideias relacionadas ao estudo da derivação e integração de funções de várias variáveis reais e de funções vetoriais, que são conhecimentos fundamentais no estudo das ciências básicas e tecnológicas. Apresentar ao aluno aplicações do cálculo diferencial e integral de funções de várias variáveis reais e de funções vetoriais em várias áreas do conhecimento.

#### Objetivos Específicos:

Não consta na ficha da disciplina.

### 5. PROGRAMA

#### 1. INTEGRAIS DUPLAS

- 1.1. Soma de Riemann.
- 1.2. Definição de integral dupla.
- 1.3. Conjunto de conteúdo nulo.
- 1.4. Uma condição suficiente para integrabilidade de uma função sobre um conjunto limitado.
- 1.5. Propriedades da integral.
- 1.6. Cálculo da integral dupla.

- 1.7. Teorema de Fubini.
- 1.8. Mudança de variáveis na integral dupla.

## **2. INTEGRAIS TRIPLAS**

- 2.1. Definição de integral tripla.
- 2.2. Conjunto de conteúdo nulo.
- 2.3. Uma condição suficiente para integrabilidade de uma função sobre um conjunto limitado.
- 2.4. Redução do cálculo de uma integral tripla a uma integral dupla.
- 2.5. Mudança de variáveis na integral tripla.
- 2.6. Coordenadas esféricas e cilíndricas.

## **3. FUNÇÕES DE VÁRIAS VARIÁVEIS REAIS A VALORES VETORIAIS**

- 3.1. Função de várias variáveis reais a valores vetoriais.
- 3.2. Campo vetorial.
- 3.3. Rotacional.
- 3.4. Divergente.
- 3.5. Limite e continuidade.
- 3.6. Derivadas parciais.

## **4. INTEGRAIS DE LINHA**

- 4.1. Integral de um campo vetorial sobre uma curva.
- 4.2. Mudança de parâmetro.
- 4.3. Integral de linha sobre uma curva de classe  $C^1$  por partes.
- 4.4. Integral de linha relativa ao comprimento de arco.

## **5. TEOREMA DE GREEN**

- 5.1. Teorema de Green para retângulos.
- 5.2. Teorema de Green para conjunto com fronteira  $C^1$  por partes.
- 5.3. Teorema de Stokes no plano.
- 5.4. Teorema da divergência no plano.

## **6. ÁREA E INTEGRAL DE SUPERFÍCIE**

- 6.1. Superfícies.
- 6.2. Plano tangente.
- 6.3. Área de superfície.
- 6.4. Integral de superfície.

## **7. FLUXO DE UM CAMPO VETORIAL. TEOREMA DA DIVERGÊNCIA OU DE GAUSS**

- 7.1. Definição e cálculo de fluxo de um campo vetorial.

## 7.2. Teorema da Divergência ou de Gauss.

## 8. TEOREMA DE STOKES NO ESPAÇO

### 8.1. Teorema de Stokes no espaço.

## 6. METODOLOGIA

Serão ministradas aulas expositivas da teoria utilizando quadro branco/verde e giz, além de slides criados através do Beamer do Latex utilizando o data-show, que serão compartilhados com os alunos após as aulas, o que não exclui o diálogo e a interação entre o docente e os alunos que serão incentivados através de reflexões e questionamentos acerca da teoria e dos exercícios.

## 7. AVALIAÇÃO

Serão aplicadas três provas dissertativas, individual e sem consulta ao longo do semestre, nas seguintes datas:

Prova 1 – 17/04/2023,

Prova 2 – 29/05/2023,

Prova 3 – 26/06/2023,

a estas avaliações serão atribuídas as notas P1, P2e P3 respectivamente.

Já fica marcada também a data da seguinte prova, como estratégia de recuperação para os alunos que tiverem uma frequência igual ou superior a 75% e aproveitamento inferior a 60 após a realização da Prova 3:

Prova Substitutiva – 28/06/2023.

A Nota Parcial (NP) do aluno será calculada pela seguinte fórmula:

$$NP = 3,3 * P1 + 3,3 * P2 + 3,4 * P3,$$

onde as notas das provas são pontuadas de 0 a 10 pontos com no máximo 3 casas decimais.

(i) Se  $NP \geq 60$  e a frequência nas aulas for de no mínimo 75% o aluno estará aprovado e sua Nota Final (NF), será igual a sua Nota Parcial, ou seja,

$$NF = NP.$$

(ii) Se  $NP < 60$  e a frequência nas aulas for de no mínimo 75% o aluno poderá realizar a Prova Substitutiva que contemplará apenas o conteúdo da prova a ser substituída. Se a nota da prova a ser substituída for menor do que a nota da prova original, prevalecerá a nota maior apesar da prova ser **substitutiva**. Após a realização da prova substitutiva se  $NP \geq 60$  aplicar-se-á o item anterior, caso contrário o aluno estará reprovado.

(iii) Se a frequência for inferior a 75%, independentemente de NP o aluno estará automaticamente reprovado, exceto nos caso excepcionais previstos nas normas acadêmicas.

As atividades avaliativas serão corrigidas levando em consideração o correto entendimento dos conceitos abordados, a coerência das argumentações nas resoluções dos exercícios e a interpretação correta dos enunciados dos exercícios. Não serão pontuados nas atividades avaliativas resoluções de exercícios diferentes dos que constam na prova, mesmo que o motivo seja falta de atenção ao transcrever o enunciado para a folha de respostas, exercícios com respostas sem justificativas ou com justificativas incorretas ou incoerentes, também não serão pontuados resoluções de exercícios em que a interpretação diverge dos enunciados dos exercícios da prova.

**8. BIBLIOGRAFIA****Básica**

- 1) BOUCHARA, J. et. al. Cálculo integral avançado. São Paulo: USP, 1999.
- 2) GUIDORIZZI, H. L. Um curso de cálculo. São Paulo: LTC, 2002, v. 3.
- 3) THOMAS, G. B. Cálculo. São Paulo: Addison Wesley, 2002, v. 2.

**Complementar**

- 4) LEITHOLD, L. O Cálculo com Geometria Analítica. São Paulo: Harbra, 1994.
- 5) KAPLAN, W. Cálculo avançado. 8. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1995, v. 1.
- 6) PISKUNOV, N. Cálculo diferencial e integral. 3. ed. Moscow: Mir, 1977, v. 2.
- 7) STEWART, J. Cálculo. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005, v. 2.
- 8) WILLIANSO, R. E.; CROEWLL, R. H.; TROTTER, H. F. Cálculo de funções vetoriais. São Paulo: LTC, 1974, 2 v.

**9. APROVAÇÃO**

Aprovado em reunião do Colegiado realizada em: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Coordenação do Curso de Graduação: \_\_\_\_\_